

**ANALIZY PRZESTRZENNE Z ZASTOSOWANIEM
METOD GEOSTATYSTYCZNYCH**
**Modelowanie 3D porfirowego złoza miedzi
Rio Blanco w Peru**

SPATIAL ANALYSES WITH THE USE
GEOSTATISTICAL METHODS
Case study: 3D modelling of Rio Blanco
porphyritic copper deposit in Peru

Barbara Namysłowska-Wilczyńska

Instytut Geotechniki i Hydrotechniki Politechniki Wrocławskiej

Słowa kluczowe: złoże miedzi, porfir, zawartość miedzi, analiza strukturalna, wariogram, kowariogram, kriging zwyczajny, modelowanie 3D geostatystyczne

Keywords: copper deposit, porphyry, variability of copper grade, structural analysis, variogram, covariogram, ordinary kriging, 3D geostatistical modelling

Wprowadzenie

Przedmiotem pracy było przeprowadzenie wstępnych badań geostatystycznych zmienności parametrów złożowych porfirowego złoza miedzi Rio Blanco w Peru wraz z określeniem jego modelu i obliczeniem wielkości zasobów złoza¹. Obszar badań jest położony w północno-zachodnim Peru i przylega do rzeki Rio Blanco. Jest to rzeka graniczna pomiędzy Peru i Ekwadorem. Cały teren badań położony jest na wysokości od 2200 do 2800 m n.p.m. W obrębie kompleksu porfirowego występuje brekcja wulkaniczna. Tworzy ona strefy o podwyższonej mineralizacji miedziowej.

Strefę złożową, związaną ze skałami porfirowymi, reprezentują strefy: mieszana, supergeniczna i przejściowa. Strefa przejściowa ma stosunkowo niewielki zasięg, przeważnie od kilku do kilkudziesięciu metrów. Zawiera, zarówno tlenki (głównie getyt), jak i supergeniczne minerały miedziowe (kowelin, chalkozyn, digenit). Strefa supergeniczna ma miąższość od kilku do 240 metrów. Dominującymi minerałami w strefie supergenicznej są kowelin (przeważnie otoczki kowelinowe lub zastąpione wnętrze ziaren chalkopirytu), chalkozyn i digenit. Strefa mieszana ma przeważnie miąższość kilku, miejscami kilkudziesięciu metrów. Zawiera chalkopiryt wraz z kowelinem, chalkozynem i digenitem, rzadziej bornit.

¹ Niniejsza praca została opracowana na zamówienie CUPRUM - Centrum Badawczo-Projektowego Miedzi we Wrocławiu.

Analizy przestrzenne zmienności wartości parametrów porfirowego złoża miedzi Rio Blanco przeprowadzono z użyciem geostatystyki, tj. funkcji: wariogramu i kowariancji, najczęściej stosowanych miar oceny zmienności przestrzennej, a w dalszej kolejności techniki estymacyjnej krigingu zwyczajnego, w modyfikacji blokowej. Analizowano zmienność wartości parametrów złożowych w poziomym rozprzestrzenieniu porfirowego złoża miedzi, jak też w jego profilu pionowym.

W niniejszym artykule na tle rezultatów wstępnej oceny podstawowych statystyk wartości parametrów złożowych porfirowego złoża miedzi Rio Blanco przedstawiono szczegółowe wyniki modelowania i szacowania (3D) zawartości Cu, uzyskane z zastosowaniem metod geostatystycznych.

Metodyka badawcza

Podstawy teoretyczne geostatystyki można znaleźć, przede wszystkim w książkach i w ogromnej liczbie publikacji zagranicznych, m. in. w pracach (David, 1977, 1988; Guarascio, David, Huijbregts, 1976; Journel, Huijbregts, 1978; Wackernagel, 1995) i w wielu krajowych publikacjach, np. w (Namysłowska-Wilczyńska, 1990, 1992; Namysłowska-Wilczyńska, Pyra, 2005; Namysłowska-Wilczyńska, Rusak, 2005; Namysłowska-Wilczyńska, Wilczyński, 2005) oraz w nielicznych pozycjach książkowych, wydanych w języku polskim (Mucha, 1994; Mucha, Nieć, 1996; Mucha, 2002; Namysłowska-Wilczyńska, 1993, 2006). Do tych ostatnich należy monografia wydana w sierpniu 2006 r., zawierająca, oprócz szerokiej podbudowy teoretycznej geostatystyki, komputerowe przykłady zastosowań geostatystyki w rozwiązywaniu zagadnień dotyczących inżynierii ekologicznej, geologii złożowej, górnictwa, energetyki oraz wylaniających się na styku energetyki i ekonomii (Namysłowska-Wilczyńska, 2006).

W wysoko rozwiniętych krajach metody geostatystyczne wykorzystuje się już od kilkadziesiąt lat w rozwiązywaniu prostych i skomplikowanych zagadnień geologiczno-górnictwowych, napotykanym podczas eksploracji i eksploatacji złóż różnych surowców mineralnych, w modelowaniu zjawisk genezy złóż (David, 1977, 1988; Guarascio, David, Huijbregts, 1976; Mucha, 1994; Mucha, 2002; Parker, 1983; Verly, David & Journel, Marechal, editors, 1984). Stanowią one nieodłączne narzędzia badawcze, stosowane do modelowania danych złożowych w przemyśle górnictwem, przetwarzania, analizowania, szacowania i prognozowania wartości średnich estymowanych Z^* , z minimalną wariancją oszacowania δ^2_k wartości Z^* parametrów złożowych. Rezultaty ich użycia pozwalają na opracowywanie różnych modeli geostatystycznych (krigingowych i symulacyjnych) zmienności złóż i jednocześnie przyczyniają się do podejmowania optymalnych, a niekiedy strategicznych decyzji przez koncerny, przedsiębiorstwa i firmy przemysłowe.

Dotychczasowe doświadczenia autorki były związane z modelowaniem i szacowaniem wartości średnich Z^* parametrów polimetalicznych złóż rud miedzi na monoklinie przedsudeckiej w układzie 2D (Namysłowska-Wilczyńska, 1993). Rezultaty badań geostatystycznych, którymi objęto obszar występowania cechsztyńskich osadowych złóż rud Cu, tj. rejonu 4 kopalń – „Lubin”, „Polkowice”, „Rudna” i „Sieroszowice”, przedstawiono, m.in. w pracach (Namysłowska-Wilczyńska, 1990, 1992, 1993, 2000). W efekcie przeprowadzenia najróżniejszych analiz przestrzennych uzyskano geostatystyczny model zmienności parametrów złóż rud Cu (Namysłowska-Wilczyńska, 1993).

W niniejszym artykule podstawę analiz przestrzennych stanowiła duża baza danych ($n = 5121$ próbek), zawierająca wartości współrzędnych X , Y i Z (Z – rzędna głębokościowa), oznaczenia zawartości Cu i Mo oraz miąższości złoża, dotyczące 104 otworów wiertniczych, rozmieszczonych stosunkowo regularnie na rozpatrywanym obszarze. Przedmiotem analiz były też inne bazy danych, tj. z uwzględnieniem 3 brzegowych (*cut – off values*) zawartości Cu : $0,7\%$ Cu ($n = 1903$ próbek), $0,5\%$ Cu ($n = 2905$ próbek) i $0,3\%$ Cu ($n = 4011$ próbek), gdzie, oprócz wartości X , Y i Z , zgromadzono informacje dotyczące brzegowych zawartości Cu i miąższości złoża.

W pierwszym etapie badań scharakteryzowano strukturę przestrzennej zmienności parametrów złożowych, obliczając izotropowe i kierunkowe wariogramy oraz kowariogramy empiryczne, a następnie dokonując modelowania ich przebiegów funkcjami teoretycznymi, określanymi w literaturze, jako „modele geostatystyczne” (Namysłowska-Wilczyńska, 1993, 2006). W dalszym ciągu dokonano kross-walidacji przyjętych modeli teoretycznych, czyli oceny ich zgodności z przebiegami wariogramów i kowariogramów empirycznych, z użyciem krigingu zwyczajnego (punktowego), co ma oczywiście duży wpływ na wyniki dalszych obliczeń związanych z użyciem krigingu zwyczajnego (blokowego). W prezentowanym przykładzie modelowania danych złożowych wyniki kross-walidacji pozwoliły uznać przyjęte modele wariogramów i kowariogramów za właściwie odwzorowujące ich przebiegi. Zrezygnowano jednak z zamieszczania tych wyników w niniejszym artykule.

W dalszej kolejności dysponując wyznaczonymi wartościami parametrów geostatystycznych modeli wariogramów i kowariogramów, przeprowadzono szacowanie średnich Z^* i standardowych odchyłek estymacji δ_k , z zastosowaniem techniki krigingu zwyczajnego (blokowego), w układzie 3D. Umożliwiło to badaczom poznanie wartości średnich estymowanych Z^* rozważanych parametrów złożowych w centrach bloków przyjętej siatki elementarnej, pokrywającej badaną przestrzeń złożową. Podczas obliczeń krigingowych wyznaczane są wartości współrzędnych X , Y i Z określających centra bloków elementarnych (lub węzły sieciowe w kringingu punktowym) oraz kilkunastu różnych parametrów geostatystycznych (ISATIS 2001; Namysłowska-Wilczyńska, 2006), wśród których, za najważniejsze można uznać średnie estymowane Z^* i standardowe odchylenia estymacji δ_k (lub wariancję estymacji δ_k^2). Wartości parametrów geostatystycznych są obliczane dla wszystkich „ważnych” węzłów sieciowych lub centrów bloków stosowanej siatki elementarnej. Można je obliczyć tylko dla interesującego nas wycinka obszaru złożowego, podając jego wartości współrzędnych X , Y i Z lub też jedynie dla wybranych centrów poszczególnych bloków elementarnych, które określa się wymieniając numer bloku (węzła sieciowego w kringingu punktowym) oraz wartości X , Y i Z dla środka bloku (węzła). Określenie „ważne” dotyczy tylko tych centrów bloków i węzłów, dla których istnieje możliwość wykonania estymacji, ze względu na występowanie odpowiedniej liczebności próbek uwzględnianych w szacowaniu, a w rezultacie rozwiązania systemu równań krigingowych.

Istotnym elementem drugiego etapu badań geostatystycznych jest badanie efektywności estymacji, np. analiza rastrowych obrazów zmienności przestrzennej: wartości współczynnika korelacji liniowej r oraz kowariancji C wartości oryginalnych Z i średnich estymowanych Z^* , wariancji średnich Z^* . (Namysłowska-Wilczyńska, Wilczyński, 2005; Namysłowska-Wilczyńska, 2006).

Po zakończeniu obliczeń krigingowych możliwy staje się do zrealizowania etap przestrzennej geowizualizacji rezultatów analiz przestrzennych, polegający na obliczaniu i prezentacji, m. in. map rastrowych, izoliniowych, konturowych, znaków i symboli, gradientów

etc., blokdiagramów. Przestrzenna geowizualizacja uzyskanych rezultatów, w połączeniu z interpretacją uzyskanych wyników modelowania danych złożowych, zamyka realizację badań geostatystycznych.

Modelowanie porfirowego złoża miedzi Rio Blanco w układzie 3D poprzedzono oceną podstawowych statystyk wartości parametrów złożowych (następny rozdział), która na ogół stanowi wstępny etap badań geostatystycznych przed rozpoczęciem analizy geostatystycznej, polegającej na wykonaniu analizy strukturalnej zmienności złoża oraz jego szacowaniu, z użyciem różnych metod krigingowych, tych znanych, częściej stosowanych lub tych bardziej zaawansowanych. Wstępne oszacowanie statystyk przynosi badaczom ważne informacje, które wykorzystuje się podczas przeprowadzania zaawansowanych analiz przestrzennych, wykonując na przykład, obliczenia związane z krigingiem, kokrigingiem i symulacją warunkową (ISATIS, 2001; Namysłowska-Wilczyńska, 2006).

Analizy statystyczne i geostatystyczne zostały wykonane z wykorzystaniem wybranych programów obliczeniowych, pochodzących z pakietu oprogramowania ISATIS, zakupionego w 1997 r., w Firmie Geovariances & Ecole Des Mines de Paris w Avon Cedex, we Francji (ISATIS, 2001).

Ocena podstawowych statystyk parametrów złożowych

Wyniki oszacowania wartości podstawowych parametrów statystycznych parametrów złożowych dla badanej strefy złożowej świadczą o dużej zmienności zawartości Cu, małych zmianach miąższości złoża i skrajnie dużej zmienności zawartości Mo (tab. 1 i 2). Na takie zróżnicowanie dobitnie wskazują uzyskane wartości współczynnika zmienności V, wahające się w szerokich granicach od 21 do 157%. Wartości średnie wynosiły odpowiednio: dla zawartości Cu – 0,68 %, miąższości złoża – 2,12 m i zawartości Mo – 0,01%.

Tabela 1. Podstawowe statystyki zawartości składników użytecznych w porfirowym złożu miedzi Rio Blanco

Analizowany parametr złożowy	Liczebność próbek n	Wartość minimalna X_{\min} [%]	Wartość maksymalna X_{\max} [%]	Wartość średnia X [%]	Odchylenie standardowe S [%]	Współczynnik zmienności V [%]
Zawartość Cu	5121	-0,01	16,77	0,68	0,56	83,00
Zawartość Mo	4909	-0,01	0,32	0,01	0,02	157,00

Tabela 2. Podstawowe statystyki miąższości porfirowego złoża miedzi Rio Blanco

Analizowany parametr złożowy	Liczebność próbek n	Wartość minimalna X_{\min} [m]	Wartość maksymalna X_{\max} [m]	Wartość średnia X [m]	Odchylenie standardowe S [m]	Współczynnik zmienności V [%]
Miąższość	5121	0,30	7,80	2,12	0,45	21,00

Rozstęp wartości rzędnej głębokościowej pobrania próbek w otworach wiertniczych, rozmieszczonych na analizowanym obszarze złożowym, zawierał się w granicach od 1974,37 do 2771,00 m n.p.m., ze średnią wynoszącą 2404,36 m n.p.m. (Namysłowska-Wilczyńska, 2005).

Wyniki obliczeń podstawowych statystyk zawartości Cu dla analizowanych wartości brzegowych Cu potwierdzają dużą zmienność złoża (tab. 3). Współczynniki zmienności V zawierają się w granicach od 52 do 68%, osiągając najniższą wartość dla progę – 0,7% Cu. Dla tej wartości uzyskano najwyższą średnią – 1,19%. Różnice między wartościami odchylenia standardowego S dla średnich obliczonych dla poszczególnych wartości brzegowych są nieistotne statystycznie.

Tabela 3. Podstawowe statystyki zawartości Cu w złożu Rio Blanco dla 3 brzegowych wartości Cu (*cut – off values*)

Zawartość miedzi	Liczebność próbek n	Wartość minimalna X_{\min} [%]	Wartość maksymalna X_{\max} [%]	Wartość średnia X [%]	Odchylenie standardowe S [%]	Współczynnik zmienności V [%]
Wartość brzegowa – 0,3% Cu	4011	0,30	16,77	0,82	0,56	68,00
Wartość brzegowa – 0,5% Cu	2905	0,50	16,77	0,99	0,58	59,00
Wartość brzegowa – 0,7% Cu	1903	0,70	16,77	1,19	0,62	52,00

Współczynniki skośności g_1 (asymetrii) histogramów rozkładów rozważanych parametrów złożowych osiągały wysokie wartości, maksymalnie – 9,82 (Namysłowska-Wilczyńska, 2005). Analizowane histogramy rozkładów zawartości Cu (g_1 : 6,11–9,82) można określić jako skrajnie lub silnie asymetryczne, o dodatniej skośności.

Badanie współzależności parametrów złożowych

Analizowano współzależność między wartościami poszczególnych parametrów złożowych, tj. zawartościami Cu, Mo i miąższością złoża oraz głębokością pobrania próbek z otworów wiertniczych (tab. 4). Rezultaty obliczeń wartości współczynnika korelacji liniowej r Pearsona uzasadniają stwierdzenie, iż nie istnieje istotna korelacja między wartościami parametrów złożowych (tab. 4). Biorąc pod uwagę bardzo duże liczebności analizowanych populacji próbkowych ($n = 4909$) należy uznać otrzymane wyniki obliczeń wartości współczynników r za statystycznie istotne. Jedynie między zawartością Mo, a głębokością pobrania próbek zaznacza się słaba korelacja ze znakiem ujemnym.

Tabela 4. Zestawienie wartości współczynników korelacji liniowej r Pearsona analizowanych parametrów złożowych porfirowego złoża miedzi Rio Blanco

Analizowany parametr	Liczebność próbek n	Zawartość Cu [%]	Zawartość Mo [%]	Mięższość [m]	Głębokość (elewacja) [m n.p.m.]
Zawartość Cu [%]	4909	1,00	0,16	-0,11	-0,11
Zawartość Mo [%]	4909	0,16	1,00	-0,03	-0,29
Mięższość [m]	4909	-0,11	-0,03	1,00	0,00
Głębokość (elewacja) [m n.p.m.]	4909	-0,11	-0,29	0,00	1,00

Analiza strukturalna zmienności zawartości Cu

Do scharakteryzowania przestrzennej zmienności zawartości Cu w porfirowym złożu miedzi w układzie 3D zastosowano dwie funkcje: wariogramu i kowariancji. W pierwszym etapie analizy strukturalnej do opisanja zmienności całej populacji próbkowej zawartości Cu użyto wariogramu izotropowego. Następnie szczegółowo analizowano strukturę zmienności tego parametru, jak też z uwzględnieniem brzegowych zawartości metalu – 0,3% Cu, 0,5% Cu i 0,7% Cu. Przedmiot rozważań stanowiły różne kierunkowych wariogramów i kowariogramów empirycznych, obliczonych w regularnych kierunkach geograficznych, stanowiących *płaszczyznę odniesienia* wzdłuż 4 linii: W–E, NE–SW, N–S i NW–SE. Następnie obliczono wariogramy i kowariogramy empiryczne wzdłuż kierunku pionowego, prostopadłego do *płaszczyzny odniesienia*, przy przyjęciu *wysokości warstwowania* (tzw. *plastrowania*), wynoszącej 7,97 m. Kierunek ten odpowiadał osi pionowej otworów wiertniczych.

Na rysunkach 1÷9 zaprezentowano przebiegi izotropowych i kierunkowych wariogramów lub kowariogramów zawartości Cu w złożu i wartości brzegowych zawartości Cu z dopasowanymi modelami geostatystycznymi. Na tych rysunkach pokazane są też histogramy liczebności par próbek, które pozwalają nam szybko zorientować się, czy całe przebiegi wykresów wariogramów lub kowariogramów można uznać za wiarygodne, czy może jakaś ich część jest mało przekonująca.

Do aproksymacji przebiegów wariogramów i kowariogramów najczęściej stosowano modele sferyczne z efektem samorodków, niekiedy w połączeniu z modelem liniowym (tab. 5÷7).

W przebiegu wariogramu izotropowego zawartości Cu w złożu zauważa się, iż w całkowitej zmienności dominujący udział ma efekt samorodków C_0 , czyli składowa losowa, a jednocześnie zwraca uwagę niezbyt długi zasięg oddziaływania a wariogramu (tab. 5). Gdy strukturę zróżnicowania zawartości Cu analizowano na podstawie kierunkowych wariogramów można było dostrzec, iż udział efektu samorodków C_0 zmniejszyła się radykalnie, zaś wyraźnie zwiększała się wartość całkowitej wariancji progowej C , w stosunku do proporcji obserwowanych na wariogramie izotropowym (tab. 5). Zasięg oddziaływania a dla wiązki kierunkowych wariogramów zawartości Cu znacznie zmniejszył się, w porównaniu do zaznaczającego się na wariogramie izotropowym.

Tabela 5. Zestawienie wartości parametrów geostatystycznych modeli wariogramów zawartości Cu w porfirowym złożu miedzi Rio Blanco

Typ wariogramu	Efekt samorodków C_0 [%] ²	Częstkowa wariancja progowa C' [%] ²	Całkowita wariancja progowa C [%] ²	Zasięg oddziaływania a [m]	Podstawowe struktury modelu
Izotropowy	0,304	0,025	0,329	84,20	sferyczny, efekt samorodków
Złożony	0,113	0,347	0,460	58,70	sferyczny, efekt samorodków

Okazuje się, iż wartości parametrów geostatystycznych modeli kowariogramów brzegowych zawartości Cu, różnią się nieistotnie między sobą, z tendencją do ich zwiększania się wraz z przyjęciem brzegowej wartości – 0,7% Cu (tab. 6). Na kowariogramie obliczonym dla zawartości Cu – 0,7 % Cu zaznaczał się największy udział wartości efektu samorodków C_0 w całkowitej zmienności C (tab. 6), a ponadto występował najkrótszy zasięg oddziaływania a , w stosunku do dłuższych zasięgów charakteryzujących kowariogramy zawartości Cu, wyznaczone dla 0,3% i 0,5% Cu (tab. 6).

Kowariogram empiryczny zawartości Cu, obliczony w kierunku prostopadłym do płaszczyzny odniesienia cechował się najdłuższym zasięgiem oddziaływania, a (tab. 7) w porównaniu do zasięgów a wariogramów innych parametrów złożowych (Namysłowska-Wilczyńska, 2005). Okazuje się, iż w tym kierunku skorelowanie zawartości Cu można prześledzić na znacznie dłuższym dystansie (a – 504,39 m), niż to obserwowano na wariogramie miąższości złoża (a – 346,88 m). W przebiegu kowariogramu zawartości Cu ujawniał się efekt

Tabela 6. Zestawienie wartości parametrów geostatystycznych modeli kowariogramów brzegowych zawartości Cu (cut – off values) w porfirowym złożu miedzi Rio Blanco

Wartość brzegowa zawartości miedzi	Efekt samorodków C_0 [%] ²	Częstkowa wariancja progowa C' [%] ²	Całkowita wariancja progowa C [%] ²	Zasięg oddziaływania a [m]	Podstawowe struktury modelu
0,3% Cu	0,196	0,149	0,345	494,51	sferyczny, efekt samorodków
0,5% Cu	0,242	0,140	0,382	595,73	sferyczny, efekt samorodków
0,7% Cu	0,310	0,077	0,387	242,80	sferyczny, efekt samorodków

Tabela 7. Zestawienie wartości parametrów geostatystycznych modeli kowariogramu zawartości Cu w porfirowym złożu miedzi Rio Blanco – w kierunku prostopadłym do płaszczyzny odniesienia

Efekt samorodków C_0 [%] ²	Częstkowa wariancja progowa C' [%] ²	Całkowita wariancja progowa C [%] ²	Zasięg oddziaływania a [m]	Podstawowe struktury modelu
0,131	0,217 ¹ 0,005 ¹	0,452 ¹	504,39 190,92	kowariogram: sferyczny, liniowy, efekt samorodków

samorodków C_0 , co świadczy o możliwych zmianach intensywności mineralizacji miedziowej wzdłuż pionowego profilu złoża (tab. 7). W przebiegach wariogramów miąższości złoża i zawartości M_0 efekt C_0 był nieobecny. Na wariogramie zawartości Mo, aproksymowanym modelem sferycznym, zaznaczał się najkrótszy zasięg a (178,48 m), w stosunku do zasięgów a kowariogramu zawartości Cu (504,39 m) i wariogramu miąższości (346,88 m).

Uzyskane rezultaty analizy wariogramów i kowariogramów zawartości Cu pozwalają na stwierdzenie pewnych prawidłowości zróżnicowania wartości funkcji $\gamma(h)$ i $C(h)$. Okazuje się, iż w strukturze zmienności zawartości Cu w złożu, przedstawionej w postaci różny 4 kierunkowych wariogramów, nie zaznaczają się uprzywilejowane tendencje zmian (rys. 2). Jedynie w przypadku wariogramów badanych dla dwóch kierunków (NO–W–E i N45–NE–SW) wartości funkcji $\gamma(h)$ zwiększają się gwałtownie w końcowej części rozważanego dystansu (odległość: 600–750 m). W przebiegu izotropowego wariogramu zawartości Cu zauważa się bardzo duży udział efektu C_0 w całkowitej zmienności C wartości funkcji $\gamma(h)$, a ponadto widoczne są pewne elementy okresowości zmian wartości $\gamma(h)$ (rys. 1). Natomiast na obecność niewielkiego udziału losowej składowej zmienności C_0 wskazuje przebieg izotropowego kowariogramu zawartości Cu, badanego w kierunku prostopadłym do płaszczyzny odniesienia (rys. 3).

Charakter zróżnicowania zmienności zawartości Cu analizowano też z uwzględnieniem wartości brzegowych tego metalu. Zauważono, iż w przebiegach wykresów wartości funkcji kowariancji izotropowej $C(h)$ zaznacza się wyraźnie efekt samorodków C_0 (rys. 4, 6, 8). Pewną kierunkowość w przebiegach wartości $C(h)$ można było prześledzić wzdłuż dwóch linii badania, tj. N135–NW–SE i N0–W–E, przede wszystkim przy przyjęciu wartości brzegowych – 0,3% Cu i 0,5% Cu, bardzo wyraźną w przypadku wartości 0,3% Cu (rys. 5) i wyraźną dla wartości 0,5% Cu (rys. 7). Najbardziej strome przebiegi wartości funkcji kowariancji izotropowej $C(h)$ i kierunkowych kowariogramów stwierdza się, jeśli w obliczeniach przyjmowano wartość brzegową – 0,3% Cu, zaś najłagodniejsze przebiegi dla wartości – 0,7% Cu. Można to wyjaśnić uwzględnieniem w analizie różnorodnej populacji próbkowej o największej liczebności i silniejszym zróżnicowaniu zawartości Cu niż wówczas, gdy mamy do czynienia z bardziej jednorodną populacją o mniejszej liczebności.

Rezultaty szacowania zawartości Cu

Do szacowania w układzie 3D wartości średnich estymowanych Z^* parametrów złożowych porfirowego złoża miedzi Rio Blanco zastosowano technikę krigingu zwyczajnego (blokowego).

Rozpatrywany obszar złożowy koncesji górniczej Rio Blanco o powierzchni 5,85 km² pokryto siatką bloków o wymiarach bloku elementarnego 50 m x 50 m x 10 m (25 000 m³). Podczas wykonywania obliczeń w układzie 3D liczba punktów dyskretyzacyjnych dla pojedynczego bloku (po 18 wzdłuż osi X, Y, Z) wynosiła 5832. Liczby węzłów sieciowych, przyjętych podczas szacowania (wzdłuż osi współrzędnych X, Y i Z) wynosiły: 55 (oś X), 40 (oś Y) i 88 (oś Z). Całkowita liczba węzłów sieciowych, wykorzystanych w szacowaniu, wynosiła 193 600. Obliczenia krigingowe wykonano z uwzględnieniem wartości parametrów geostatystycznych złożonych modeli wariogramów.

Tabela 8. Globalne statystyki wartości parametrów geostatystycznych zawartości Cu w porfirowym złożu miedzi Rio Blanco

Parametr geostatystyczny	Liczba węzłów siatki elementarnej n	Minimalna wartość estymowana X_{\min} [%]	Maksymalna wartość estymowana X_{\max} [%]	Wartość średnia X [%]	Odchylenie standardowe S [%]	Współczynnik zmienności V [%]
Wartość średnia estymowana Z^*	136 941	0,00	2,76	0,44	0,22	49,00
Standardowe odchylenie estymacji δ_k	136 941	0,11	0,50	0,42	0,07	17,00

Rezultaty obliczeń związanych z estymacją średnich Z^* parametrów złożowych dla różnych wariantów badania przedstawiono w opracowaniu (Namysłowska-Wilczyńska, 2005) i w tabeli 8 (zawartość Cu). Dla rozpatrywanego obszaru złożowego szacowano w węzłach siatki elementarnej wartości parametrów geostatystycznych: średnie estymowane Z^* i standardowe odchylenia estymacji δ_k oraz wartości współrzędnych X, Y i Z dla środków bloków elementarnych. Liczba „ważnych” węzłów sieciowych wahała się w granicach od 106 119 do 136 941. W tabeli 8 podano minimalne wartości średnich Z^* , maksymalne wartości średnich Z^* , wartości średnich X, obliczonych na podstawie średnich Z^* dla wszystkich węzłów użytych w estymacji, odchylenia standardowe S od wartości średnich X, wyliczonych ze średnich Z^* i współczynniki zmienności V. Współczynniki zmienności V średnich estymowanych Z^* świadczą o dużych zmianach zawartości Cu, co już wcześniej podkreślano, omawiając wyniki oceny podstawowych statystyk wartości oryginalnych rozważanego metalu (tab. 1).

W przypadku standardowego odchylenia estymacji δ_k uzyskano natomiast mały współczynnik zmienności V (17 %), co pozwala uznać wyniki wykonanej estymacji średnich Z^* za poprawne. Na takie rezultaty obliczeń może też wpływać izotropowy charakter zmienności zawartości Cu.

Analizując rezultaty obliczeń globalnych statystyk wartości parametrów geostatystycznych, z uwzględnieniem brzegowych zawartości Cu, generalnie stwierdzono mniejsze wartości współczynników zmienności V (Namysłowska-Wilczyńska, 2005), w porównaniu z wynikami estymacji przeprowadzonej dla całej serii złożowej (tab. 8). Współczynniki V, zawierające się w granicach od 22 do 36 %, wskazują na małą i przeciętną zmienność średnich Z^* . Najniższe wartości V uzyskano dla wartości brzegowej – 0,7% Cu, gdyż ta właśnie populacja próbkowa charakteryzuje się mniejszym zróżnicowaniem zawartości Cu, jest bardziej jednorodna, w stosunku do populacji badanych dla wartości brzegowych – 0,3% Cu i 0,5% Cu. Jeszcze mniejsze wartości współczynników V uzyskano na podstawie zbiorów wartości standardowego odchylenia estymacji δ_k , obliczonych dla poszczególnych wartości brzegowych Cu (V: 16÷23%).

Rezultaty szacowania średnich estymowanych Z^* zawartości Cu dla wybranych przekrojów XOY – poziomów złożowych: 10, 15, 25, 30, 40, 45, 50, 55, 65, 75, odpowiadających interwałowi głębokości od 1935 do 2685 m n.p.m., zaprezentowano na mapach rastrowych (rys. 10÷19). Mapy rastrowe rozkładu średnich estymowanych Z^* zawartości Cu przedstawiono w ujęciu perspektywicznym, z przyjęciem następujących parametrów perspektywy: długości geograficznej 65° i szerokości geograficznej 35° . Sporządzono je dla

warstw skał złożowych, przyjmując wysokość warstwowania (*plastrowania*) co 50 m lub 100 m. Wyniki estymacji pokazano, przemieszczając się od spągu złoża w kierunku jego stropu, a więc poczynając od najgłębiej do najpłycej zalegających warstw złoża (od poziomu 10 do 75). Można było prześledzić, jak zmienia się intensywność i charakter okruszczenia Cu w pionowym profilu złoża. Analizą przestrzenną objęto znaczny profil złoża, związany z interwałem głębokościowym, ok. 800 m, zawierającym się w granicach, od 1974 do 2771 m n.p.m.

Analizując średnie estymowane Z^* zawartości Cu w serii złożowej na różnych poziomach głębokościowych można zauważyć, iż najbogsza mineralizacja miedziowa występuje w interwale od 2135 do 2235 m n.p.m., który odpowiada poziomom 20 i 30 (średnie Z^* : $1,97 \div 2,33\%$ Cu). Warstwy o słabszej intensywności okruszczenia – poziomy 40 i 50 (Z^* : $1,40 \div 1,49\%$ Cu) zalegają wyżej, tj. w przedziale, od 2335 do 2435 m n.p.m. Powyżej 2435 m zawartość Cu zaczyna się systematycznie zmniejszać. W warstwach zalegających w interwale głębokościowym, od 1935 do 2085 m n.p.m. (poziomy 10 i 15) mineralizacja jest słaba, wręcz uboga, osiągając maksymalnie – 0,74% Cu.

Wyniki estymacji średnich Z^* , wykonanej z uwzględnieniem brzegowych zawartości Cu, prowadziły do następujących spostrzeżeń (Namysłowska-Wilczyńska, 2005). Gdy do szacowania przyjmowano zawartości metalu, osiągające powyżej 0,3% Cu i 0,5% Cu, to wówczas poziomy charakteryzujące się najintensywniejszą mineralizacją (średnie Z^* : $2,29 \div 2,41\%$ Cu), były związane z interwałem profilu od 2185 do 2335 m n.p.m. (poziomy: 25, 30, 40). Jeśli uwzględniano wartość brzegową 0,7% Cu, to ten interwał przesunął się jeszcze wyżej, obejmując od 2185 do 2385 m n.p.m. (Z^* : $2,11 \div 2,69\%$ Cu – poziomy: 25, 30, 40, 45). W interwale profilu od 2335 do 2385 m n.p.m. skały złożowe były już słabiej zmineralizowane (średnie Z^* : $1,60 \div 1,75\%$), a w interwale od 2635 do 2685 m n.p.m. i powyżej 2685 m n.p.m. mineralizacja stawała się uboższa i zaczynała stopniowo zanikać.

Jeśli zaistnieje konieczność przeprowadzenia dokładniejszego szacowania średnich Z^* , to wówczas różnego rodzaju mapy: rastrowe i izoliniowe oraz blokdiagramy można obliczyć z przyjęciem znacznie mniejszej wysokości warstwowania, np. co 10 m. W ten sposób można uzyskać pełniejsze rezultaty szacowania zmienności złoża, zaś charakterystyka rozkładu mineralizacji miedziowej skał porfirowych w ich rozprzestrzenieniu poziomym i pionowym stanie się znacznie bogatsza.

Oprócz dokonania przestrzennej geowizualizacji średnich estymowanych Z^* w analogiczny sposób mogą zostać zademonstrować wyniki szacowania wartości standardowego odchylenia estymacji δ_k i innych parametrów, z czego zrezygnowano, ze względu na ramowe ograniczenia artykułu.

Wyniki szacowania średnich estymowanych Z^* zawartości Cu z uwzględnieniem wartości brzegowych – 0,3% Cu, 0,5% Cu i 0,7% Cu oraz pozostałych parametrów złożowych, zawartości Mo, miąższości i zasobności złoża zamieszczono w opracowaniu wykonanym dla CUPRUM (Namysłowska-Wilczyńska, 2005).

Końcowy etap analiz przestrzennych polegał na obliczeniu wielkości zasobów Q porfirowego złoża Cu w układzie 2D dla powierzchni rozpatrywanego obszaru (Namysłowska-Wilczyńska, 2005). W obliczeniach wielkości zasobów Q złoża uwzględniono uśrednioną zasobność na podstawie średnich Z^* , oszacowanych z uwzględnieniem modeli geostatystycznych wariogramów zasobności, obliczonych wzdłuż osi X, Y i Z. Obliczenie wielkości zasobów w układzie 3D wymaga każdorazowego określenia wymiarów powierzchni warstw złożowych, występujących na poszczególnych poziomach głębokościowych profilu złoża, cechujących się różnym stopniem zmineralizowania.

Podsumowanie

Badania geostatystyczne zmienności parametrów porfirowego złoża miedzi Rio Blanco w Peru, tj. zawartości Cu i Mo, miąższości i zasobności złoża reprezentowanego przez strefy: mieszaną, supergeniczną i przejściową, wykonano w układzie 3D. Zastosowano funkcje: wariogramu i kowariancji oraz technikę krigingu zwyczajnego (blokowego). Przedstawiono charakterystykę przestrzenną zróżnicowania zawartości Cu w poziomym rozprzestrzenieniu złoża i w jego profilu pionowym.

Charakter i stopień zmienności zawartości Cu wyraża najlepiej funkcja kowariancji, niezależnie od wariantu badania. Nie stwierdzono anizotropii zróżnicowania zawartości Cu.

Efektem wykonanych badań geostatystycznych jest opracowanie geostatystycznego modelu 3D zmienności parametrów porfirowego złoża miedzi. Model ten umożliwia użytkownikom doskonałą orientację w głębokości zalegania bogatszych i uboższych warstw złożowych, występujących w porfirach, w przestrzennym zasięgu i stopniu ich okruszczenia miedzią oraz molibdenem, a ponadto w głębokości poziomu zanikania mineralizacji Cu i Mo.

Otrzymano bardzo bogatą dokumentację rastrowych map średnich estymowanych Z^* parametrów złożowych, które można uzyskiwać w przekrojach o wysokości plastrowania, wynoszącej 10 m, wzdłuż pionowego profilu złoża. Warstwy złożowe, najintensywniej zmineralizowane (20, 30, 40), zarówno miedzią, jak i molibdenem, stwierdzono w interwale głębokości od 2135 do 2335 m n.p.m., przy czym górną granicę otrzymano, jeśli w obliczeniach przyjmowano wartość brzegową – 0,7% Cu.

Dalsze badania geostatystyczne porfirowego złoża miedzi Rio Blanco powinny być ukierunkowane na polepszenie dokładności szacowania wartości średnich estymowanych parametrów złożowych. Uzyskane rezultaty analiz przestrzennych pozwalają na zaproponowanie efektywnego estymatora krigingowego do szacowania tego złoża, tj. krigingu zwyczajnego (blokowego).

Literatura

- David M., 1977: Geostatistical Ore Reserve Estimation. Elsevier Scientific Publishing Co., Amsterdam, p. 360.
- David M., 1988: Handbook of Applied Advanced Geostatistical Ore Reserve Estimation. Developments in Geomathematics 6. Elsevier Science Publishers B. V., Amsterdam, p. 216.
- Guarascio, M., David, M., Huijbregts, C., 1976: Advanced Geostatistics in the Mining Industry: Proceedings of the NATO ASI Series C24 Advanced Study Instituto held at the Instituto di Geologia Applicata of the University of Rome, Italy, 13-25 October 1975, D. Reidel Publishing Co., Dordrecht, p. 461.
- ISATIS, 2001: Authors: Bleines C., Deraisme J., Geffroy F., Perseval S., Rambert F., Renard D., Touffait Y., Isatis Software Manual. Geovariances and Ecole des Mines de Paris (Centre de Geostatistique), Avon Cedex, France, November, p. 531.
- Journel A. G., Huijbregts C. J., 1978: Mining Geostatistics. Academic Press, New York NY, London, p. 600.
- Mucha J., 1994: Metody geostatystyczne w dokumentowaniu złóż. Skrypt Wydziału Geologii, Geofizyki i Ochrony Środowiska, Katedra Geologii Kopalnianej, Kraków, s. 155.
- Mucha J., Nieć M., 1996: Struktura zmienności parametrów złoża. [W:] Piestrzyński A. (red.) Monografia KGHM Polska Miedź S.A., Lubin, ss. 195–200.
- Mucha J., 2002: Struktura zmienności zawartości [Zn] i [Pb] w śląsko-krakowskich złożach rud Zn-Pb. Studia Rozprawy Monografie 108. Wydawnictwo Instytutu Gospodarki Surowcami Mineralnymi i Energią IGSMiE PAN, Kraków, s. 149.

- Namysłowska-Wilczyńska B., 1990: Geostatistical estimation of Cu ore deposit. *Science de la Terre, Serie Informatique Geologique*, France, no 29, ss. 63-74.
- Namysłowska-Wilczyńska B., 1992: Geostatistical methods for evaluating genetic models of a copper deposit in the Foresudetic Monocline. *Science de la Terre, Serie Informatique Geologique*, France, no 31, ss. 239-258.
- Namysłowska-Wilczyńska B., 1993: Zmienność złóż rud miedzi na monoklinie przedsudeckiej w świetle badań geostatystycznych. *Prace Naukowe Instytutu Geotechniki i Hydrotechniki Politechniki Wrocławskiej* Nr 64, Monografie Nr 21, Wrocław, s. 207.
- Namysłowska-Wilczyńska B., 2000: Uwagi na temat genezy złóż rud miedzi w rejonie Lubin-Sieroszowice w świetle badań geostatystycznych. *Prace Geologiczno-Mineralogiczne LXVIII, Acta Universitatis Wratislaviensis* No 2197, Wydawnictwo Uniwersytetu Wrocławskiego, Wrocław, ss. 37-91.
- Namysłowska-Wilczyńska B., 2005: Wstępne badania geostatystyczne zmienności parametrów porfirowego złoża miedzi Rio Blanco (Peru) wraz z określeniem jego modelu i bazy zasobowej. Opracowanie wykonano na zamówienie Centrum Badawczo-Projektowego Miedzi CUPRUM we Wrocławiu. Wrocław, s.115.
- Namysłowska-Wilczyńska B., Pyra J., 2005: Analiza przestrzenna zawartości miedzi w środowisku gruntowo-wodnym Legnicko-Głogowskiego Okręgu Miedziowego. *Roczniki Geomatyki*, Tom III, Zeszyt 4, Polskie Towarzystwo Informacji Przestrzennej, Warszawa, ss. 137-147.
- Namysłowska-Wilczyńska B., Rusak K., 2005: Zastosowanie geostatystyki i GIS do analizy wpływu czynników naturalnych i antropogenicznych na koncentrację metali ciężkich w glebach rejonu olkuskiego. *Roczniki Geomatyki*, Tom III, Zeszyt 2, Polskie Towarzystwo Informacji Przestrzennej, Warszawa, ss. 115-124.
- Namysłowska-Wilczyńska B., Wilczyński A., 2005: Zastosowanie metod geostatystycznych do analizy przestrzennej zmienności obciążeń elektrycznych dla obszaru Polski. *Roczniki Geomatyki*, Tom III, Zeszyt 2, Polskie Towarzystwo Informacji Przestrzennej, Warszawa, ss. 125-134.
- Namysłowska-Wilczyńska B., 2006: Geostatystyka – Teoria i Zastosowania. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, s. 356.
- Parker H., 1983: Trends in geostatistics in the mining industry. [In:] *Geostatistics for Natural Resources Characterization* (Verly G., David M., Journel A.G. and Marechal A., eds.), pp. 915–934, NATO Advanced Study Institute, South Lake Tahoe, California, September 6–17, D. Reidel, Dordrecht, Holland.
- Verly G., David M. & Journel A. G., Marechal A., editors, 1984: [In:] *Geostatistics for Natural Resources Characterization*. Two volumes, NATO ASI Series C-122, Reidel, Dordrecht, NATO Advanced Study Institute, South Lake Tahoe, California, September 6-17 1983, pp., 365-384,
- Wackernagel H., 1995: *Multivariate Geostatistics*, Springer - Verlag Berlin Heidelberg, New York, p. 256.

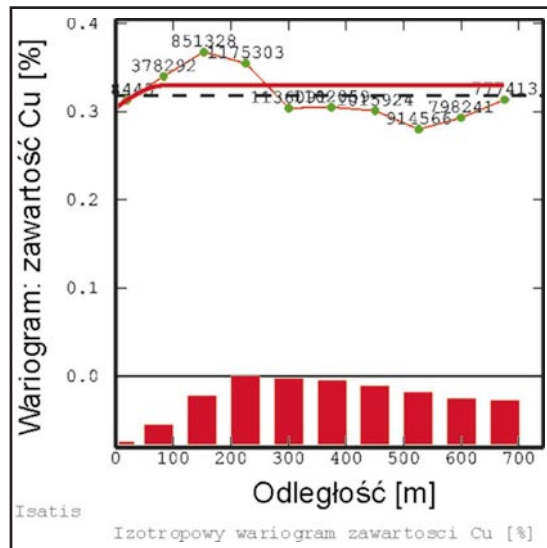
Summary

Research methods for geostatistical spatial analyses are presented on the example of the results of 3D modelling of deposit data. The variation in the parameters of the Rio Blanco porphyritic copper deposit in Peru was investigated. Copper and molybdenum grades, deposit thickness and copper accumulation averages Z^ were estimated and quantity of the copper deposit's reserves was calculated. Geostatistical methods, i.e. variogram and covariance functions and the ordinary (block) kriging technique, were used to estimate averages Z^* . Spatial analyses drew from a large database ($n = 5121$ samples), containing values of coordinates X , Y and Z (depth ordinate) and Cu and Mo content and deposit thickness determinations for 104 boreholes distributed over the deposit area. In addition, databases with assumed three cut-off values of Cu content, i.e. 0.7% Cu ($n = 1903$ samples), 0.5% Cu ($n = 2905$ samples) and 0.3% Cu ($n = 4011$ samples), were used in the geostatistical studies. The isotropic empirical variograms and covariograms of the deposit's parameters were computed. Then a 3D analysis of the directional empirical variograms and covariograms, computed along 4 regular directions in the reference plane and perpendicularly to this plane, was carried out. These variograms and covariograms were calculated for a slicing height of 7.97 m. Then, averages Z^* and standard estimation deviation δ_k of the above parameters were estimated in 3D for the considered deposit series and*

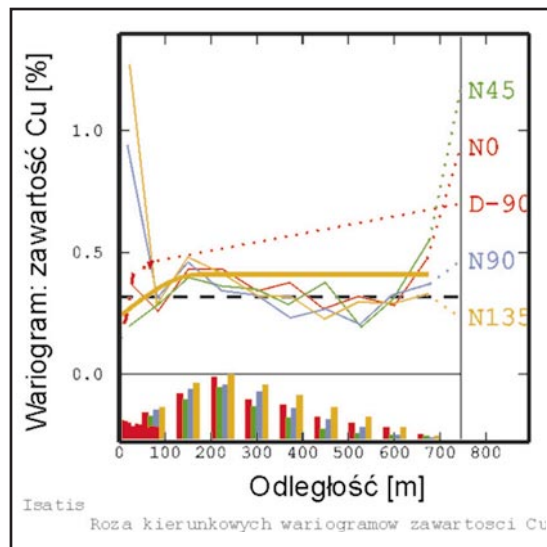
the cut-off values of Cu content, taking into account different spatial copper ore specific weight. The estimation was based on the results of modelling empirical covariograms by means of theoretical functions. The estimated averages Z^ of the deposit parameters were presented in the form of raster maps for selected deposit (porphyritic rocks) layers at depth levels: of 10, 15, 25, 30, 40, 45, 50, 55, 65, 75 within the 1935-2685 m vertical profile interval. As a result of the spatial analyses, a 3D geostatistical model of the Rio Blanco porphyritic copper deposit's parameter variation was obtained.*

dr hab. Barbara Namysłowska-Wilczyńska, prof. PWr
b.namyslowska-wilczynska@prw.wroc.pl

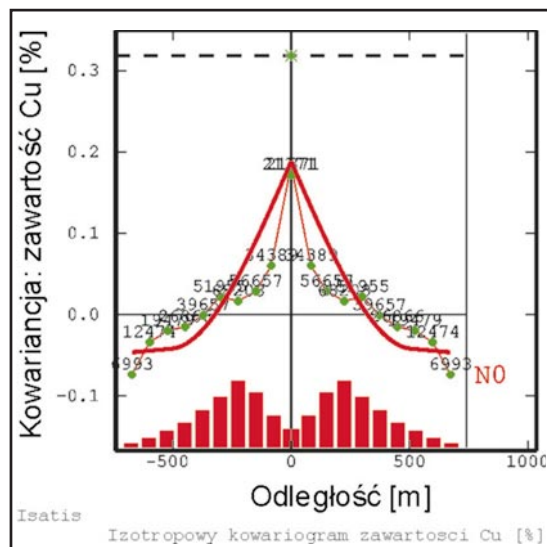
Rys. 1. Izotropowy wariogram empiryczny zawartości Cu w złożu [%]², z dopasowanym modelem teoretycznym; histogram rozkładu liczebności par próbek

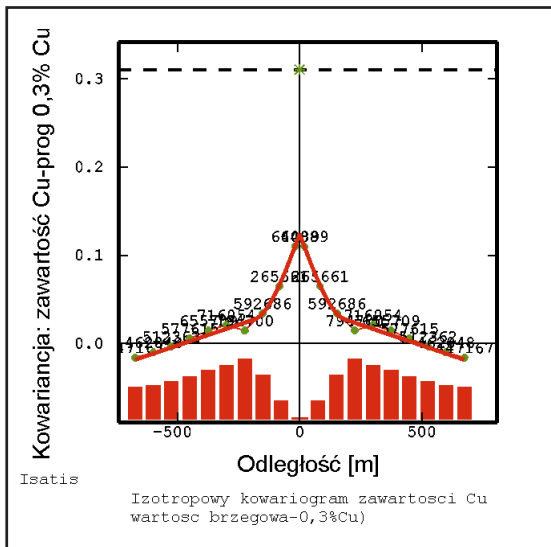


Rys. 2. Róża kierunkowych wariogramów empirycznych zawartości Cu w złożu [%]², w płaszczyźnie odniesienia, w kierunkach regularnych: NO–W–E, N45–NE–SW, N90–N–S, N135–NW–SE, z dopasowanym modelem teoretycznym; histogram rozkładu liczebności par próbek

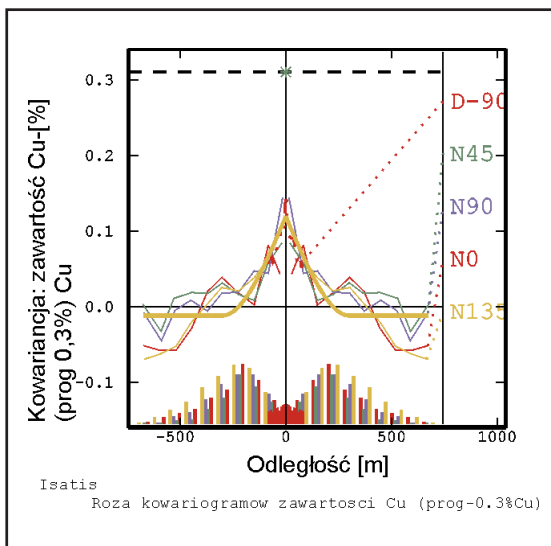


Rys. 3. Izotropowy kowariogram empiryczny zawartości Cu w złożu [%]² w kierunku prostopadłym do płaszczyzny odniesienia, z dopasowanym modelem teoretycznym; histogram rozkładu liczebności par próbek

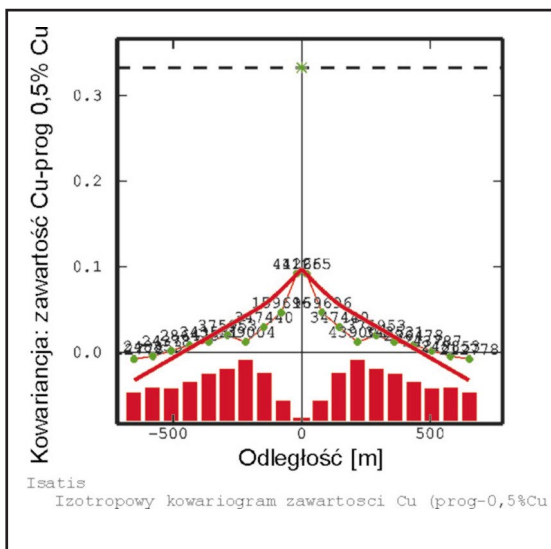




Rys. 4. Izotropowy kowariogram empiryczny zawartości Cu w złożu [%]², przy przyjęciu wartości brzegowej 0,3% Cu, z dopasowanym modelem teoretycznym; histogram rozkładu liczebności par próbek

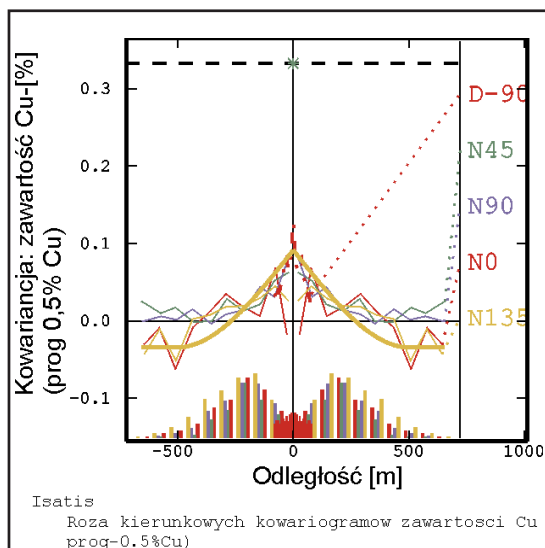


Rys. 5. Róża kierunkowych kowariogramów empirycznych zawartości Cu w złożu [%]², w płaszczyźnie odniesienia, w kierunkach regularnych: N0–W–E, N45–NE–SW, N90–N–S, N135–NW–SE, przy przyjęciu wartości brzegowej 0,3% Cu, z dopasowanym modelem teoretycznym; histogram rozkładu liczebności par próbek

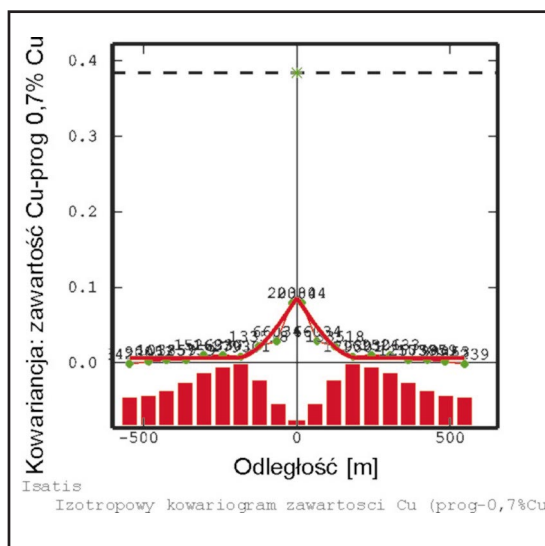


Rys. 6. Izotropowy kowariogram empiryczny zawartości Cu w złożu [%]², przy przyjęciu wartości brzegowej 0,5% Cu, z dopasowanym modelem teoretycznym; histogram rozkładu liczebności par próbek

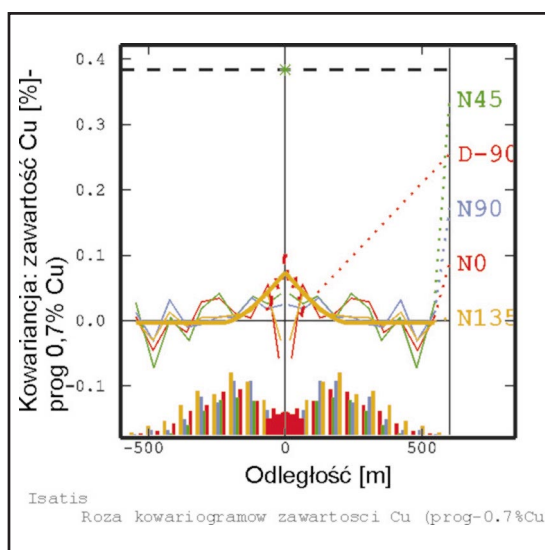
Rys. 7. Róża kierunkowych kowariogramów empirycznych zawartości Cu w złożu [%]², w płaszczyźnie odniesienia, w kierunkach regularnych: NO–W–E, N45–NE–SW, N90–N–S, N135–NW–SE, przy przyjęciu wartości brzegowej 0,5% Cu, z dopasowanym modelem teoretycznym; histogram rozkładu liczebności par próbek



Rys. 8. Izotropowy kowariogram empiryczny zawartości Cu w złożu [%]², przy przyjęciu wartości brzegowej 0,7% Cu, z dopasowanym modelem teoretycznym; histogram rozkładu liczebności par próbek

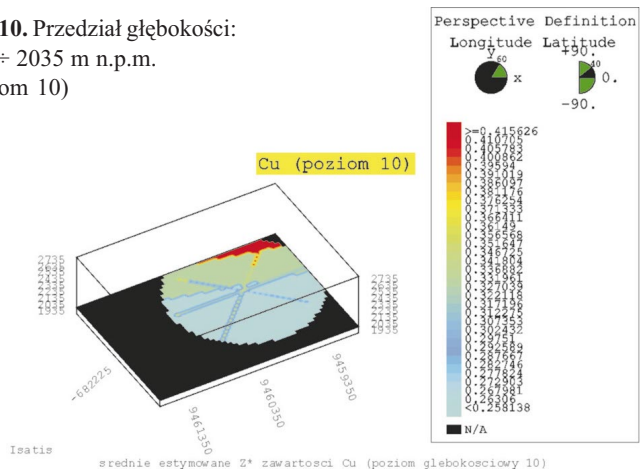


Rys. 9. Róża kierunkowych kowariogramów empirycznych zawartości Cu w złożu [%]², w płaszczyźnie odniesienia, w kierunkach regularnych: NO–W–E, N45–NE–SW, N90–N–S, N135–NW–SE, przy przyjęciu wartości brzegowej 0,7% Cu, z dopasowanym modelem teoretycznym; histogram rozkładu liczebności par próbek

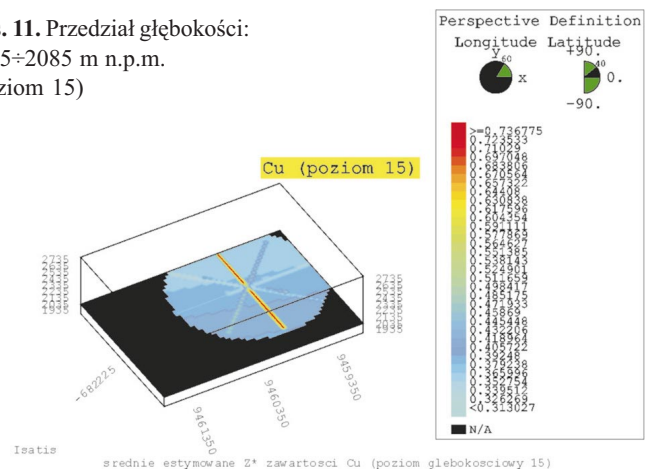


Blokdiagramy powierzchni średnich estymowanych Z* zawartości Cu w złożu

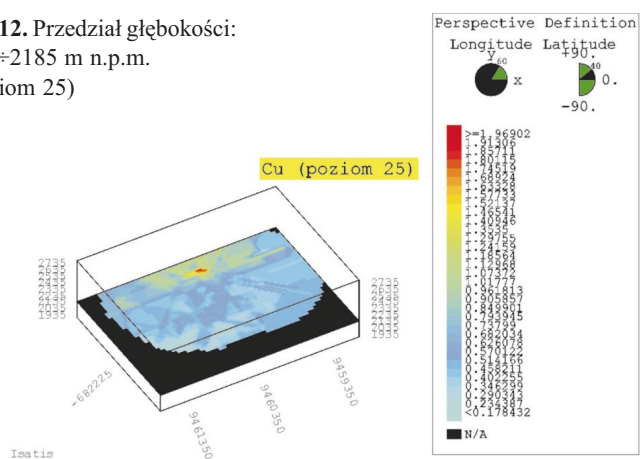
Rys. 10. Przedział głębokości:
1935÷2035 m n.p.m.
(poziom 10)



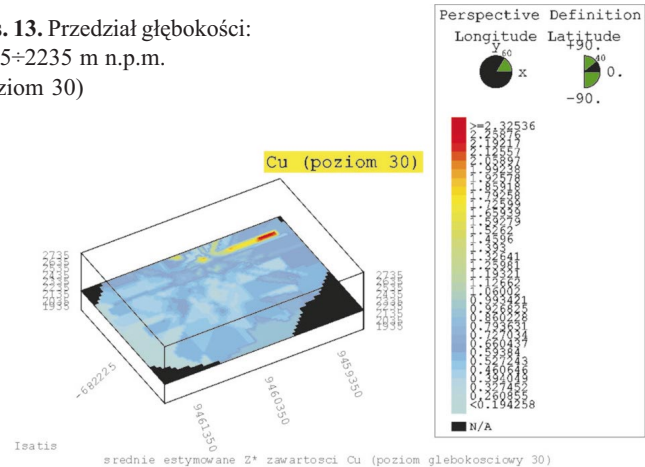
Rys. 11. Przedział głębokości:
2035÷2085 m n.p.m.
(poziom 15)



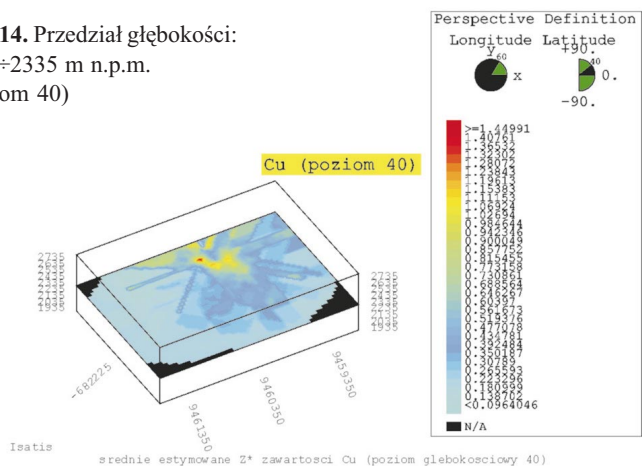
Rys. 12. Przedział głębokości:
2135÷2185 m n.p.m.
(poziom 25)



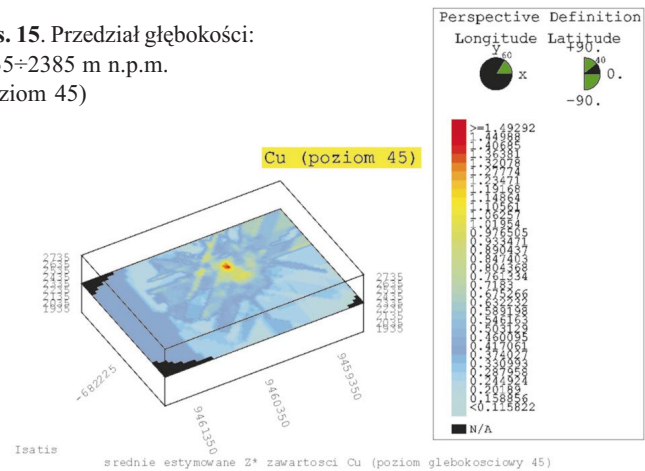
Rys. 13. Przedział głębokości:
2135÷2235 m n.p.m.
(poziom 30)



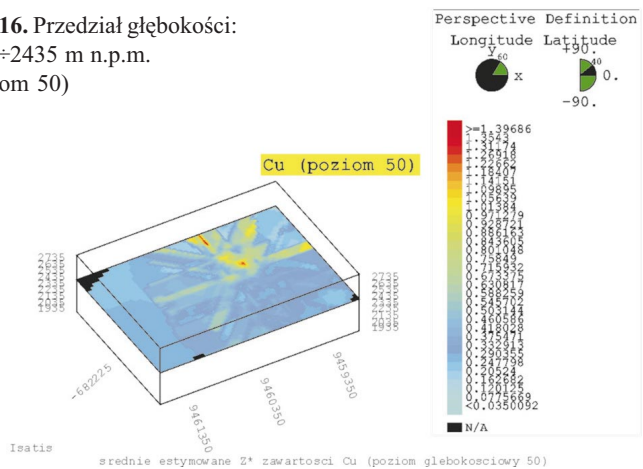
Rys. 14. Przedział głębokości:
2235÷2335 m n.p.m.
(poziom 40)



Rys. 15. Przedział głębokości:
2335÷2385 m n.p.m.
(poziom 45)



Rys. 16. Przedział głębokości:
2335÷2435 m n.p.m.
(poziom 50)



Rys. 17. Przedziały głębokości:
2435÷2485 m n.p.m.
(poziom 55)

