POLSKIE TOWARZYSTWO INFORMACJI PRZESTRZENNEJ
ROCZNIKI GEOMATYKI 2005 ❍ TOM III ❍ ZESZYT 3

ANALIZA SĄSIEDZTWA MIKROREGIONÓW NA PODSTAWIE DANYCH PRZESTRZENNYCH ZAPISANYCH W FORMIE GRAFU GEOMETRYCZNEGO

NEIGHBORHOOD ANALYSIS OF MICROREGIONS BASED ON SPATIAL DATA IN THE FORM OF A GEOMETRIC GRAPH

Elżbieta Lewandowicz

Katedra Geodezji Szczegółowej, Wydział Geodezji i Gospodarki Przestrzennej, UW-M w Olsztynie

Słowa kluczowe: model matematyczny danych przestrzennych, grafy sąsiedztwa
Keywords: mathematical model of spatial data, neighbour graphs

Wprowadzenie i cel pracy

W oparciu o dane przestrzenne, można określić stopień integracji mikroregionów w regionie, za pomocą wskaźników liczbowych. Dane te pozwalają określić mikroregion najbardziej preferowany do bycia centrum regionalnym, wskażą na lokalizację inwestycji, które mogłyby wpłynąć na większe zintegrowanie mikrojednostek w regionie.

Celem tej publikacji jest przedstawienie propozycji metodyki analizy sąsiedztwa regionów w oparciu o wybrany zbiór danych przestrzennych, których dane topologiczne są zapisane w formie grafu geometrycznego. Przedstawiona metodyka analiz opiera się na:
- zapisaniu danych przestrzennych w formie modelowych grafów,
- przypisaniu elementom grafu wartości funkcji opisujących dane przestrzenne,
- określeniu funkcji celu jako poszukiwania wartości minimalnej drogi w grafie,
- ocenie i interpretacji wyników.

Realizując cel pracy, najpierw omówię podstawy matematyczne przyjętej metody analiz. Następnie opiszę przedmiot analizy – obszar powiatu makowskiego i przedstawię przykładowe analizy. W prezentowanych przykładach obliczane są wskaźniki sąsiedztwa mikroregionów w regionie, które określane są w celu ustalenia mikroregionu najlepiej pasującej do bycia centrum regionalnym. Wyniki analiz opisują cechy sąsiedztwa mikroregionów. Podsumowanie wraz z wnioskami kończy publikację.

Opis matematyczny metodyki przeprowadzonych analiz

Przedstawiona metodyka analiz przestrzennych wiąże się z opisem przestrzeni geograficznej w formie grafu geometrycznego (Kulikowski 1997, Molenaar 1998, Wilson 2000, Lewandowicz 2004, Lewandowicz, Bałandynowicz 2005), jako grafu z określonym położeniem węzłów w przestrzeni:

$G = [W, K, \varphi].$

gdzie:

G – graf opisujący wybrane dane przestrzenne,
W – zbiór węzłów,
K – zbiór krawędzi,
φ – odwzorowania węzłów w krawędzie zapisane za pomocą iloczynu kartezjańskiego: $\varphi = W \times W \to K$

Graf zapisany w formie graficznej, czy macierzowej stanowi model wybranych treści przestrzeni geograficznej (Molenaar 1998, Lewandowicz 2004). Wykonując analizy przestrzenne, elementom grafu można zadać różne miary, co można zapisać w postaci modelu matematycznego:

$M=[G,\{\omega\}, \{\kappa\}]$

gdzie:

M – model matematyczny,
$G = [W, K, \varphi]$ – graf opisujący wybrane dane przestrzenne,
$\{\omega\}$ – zbiór funkcji $\varpi : W \to (R^+ \cup 0)$ określonych na zbiorze węzłów.
$\{\kappa\}$ – zbiór funkcji $\kappa : K \to (R^+ \cup 0)$ określonych na zbiorze krawędzi.

Przestrzeń geograficzną opisaną za pomocą grafu można przyjąć jako przestrzeń z zadaną metryką kwantową, euklidesową, a nawet wagową. W takich przypadkach zbiory wartości funkcji ω i κ będą przyjmowały różne wartości (miary). W analizach przedstawionych niżej będziemy opierać się tylko na zbiorze funkcji $\{\kappa\}$.:

$\kappa_1 : K \to (1)$ – miara kwantowa,
$\kappa_2 : K \to (R^+)$ – miary euklidesowe,
$\kappa_3 : K \to \{R^+\}$ – pseudomiary opisujące inne cechy.

W oparciu o model matematyczny przestrzeni proponuje się wykonywać analizy przestrzenne, które opierać się będą na poszukiwaniu minimalnych wartości dróg w grafie między określonymi węzłami. Analizy te powtarzane przy różnych modelach matematycznych dają inne wskaźniki opisujące sąsiedztwo mikroregionów w regionie. Wyniki analiz wiąże się z porównaniem wartości tych wskaźników. Wartości minimalne wskazują na optymalne wybory.

Przedstawienie przedmiotu analizy – powiatu makowskiego

Przykłady analiz przestrzennych mających na celu ocenę integracji mikroregionów w regionie oparto o losowo wybrany powiat makowski (rys. 4). Jest to powiat ziemski o rolniczym charakterze, usytuowany przy ważnych szlakach komunikacyjnych, w niewielkiej odległości od Warszawy. W skład powiatu wchodzi 10 gmin rolniczych.

Centrum powiatowe – miasto Maków Mazowiecki, jest położone na skrzyżowaniu dwóch szlaków: ze Szczytna do Warszawy i z Ostrowii Mazowieckiej do Ciechanowa. Nie jest to jednak lokalizacja w centrum obszaru powiatu. Może należałoby się zastanowić nad nowym centrum powiatowym, które stwarzałoby większą możliwość integracji gmin w powiecie? Poszukajmy nowego centrum powiatowego i wykażmy za pomocą wskaźników zasadność nowego wyboru. Przeprowadźmy analizy przestrzenne, w wyniku których otrzymamy wskaźniki liczbowe wskazujące na preferencje gmin do bycia centrum powiatowym.

Analizy przestrzenne sąsiedztwa mikroregionów w regionie

Podstawą pierwszych wstępnych analiz jest mapa administracyjna powiatu makowskiego dostępna na stronach www. W oparciu o dane z tej mapy zbudowano model topologiczny opisujący sąsiedztwo gmin w powiecie za pomocą grafu dualnego. Przyjęto, że węzły grafu przedstawiają obszary gmin. Węzły mają połączenie krawędzią, jeśli obszary gmin graniczą wspólną linią graniczną. Zgodnie z tymi zasadami obraz mapy administracyjnej przedstawiający gminy w powiecie makowskim można przedstawić w postaci modelu pokazanego na rysunku 1. Dysponując mapą numeryczną w postaci wektorowej przedstawiające granice administracyjne, przekształcenie takie można wykonać automatycznie (Lewandowicz 2004) w oparciu o dostępne algorytmy (Kulikowski 1986, Wróblewski 1997, Reingold i in. 1998, Wison 2000, Loudon 1999).

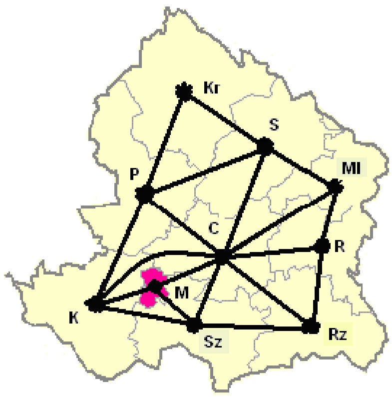
W oparciu o zapis macierzowy tego grafu można określić liczbę bezpośrednich powiązań każdej gminy z sąsiednimi gminami. W tym celu należało węzłom grafu nadać etykiety identyfikujące obszary (rys.1). Wyliczając stopnie węzłów grafu w formie wektora P, którego wartości będą równe sumie wartości wierszy (lub kolumn) w macierzy A otrzymujemy:

$$P^T = [3_M, 4_K, 4_P, 2_{Kr}, 4_S, 3_{Ml}, 3_R, 3_{Rz}, 4_{Sz}, 8_C]$$

Wartości tego wektora wskazują na liczbę powiązań gmin z sąsiednimi gminami. Maksymalna wartość składowej P_{10}, równa 8, wskazuje na gminę C jako najbardziej odpowiednią na centrum, ponieważ graniczy z największą liczbą innych gmin tego powiatu. Przyjmijmy tę gminę jako nowe, planowane, centrum powiatowe.

Analizy sąsiedztwa mikroregionów w oparciu o graf sąsiedztwa obszarów opisany miarą kwantową

W oparciu o przedstawiony model w formie grafu (rys. 1) określimy liczbowe charakterystyki powiązań istniejącego centrum powiatowego M i nowego, planowanego, centrum C z



$$A = \begin{array}{c} \\ M \\ K \\ P \\ Kr \\ S \\ Ml \\ R \\ Rz \\ Sz \\ C \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccc} M & K & P & Kr & S & Ml & R & Rz & Sz & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Rys. 1. Graf sąsiedztwa w powiecie makowskim przedstawiony w postaci graficznej i macierzowej (Lewandowicz, Bałądynowicz 2005) przynależnymi gminami w powiecie. Do analiz przyjmiemy graf sąsiedztwa w postaci macierzowej jako podstawowy model matematyczny, któremu przypiszemy różne funkcje κ.

W pierwszym przypadku wartości funkcji κ będą opisywać sąsiedztwo gmin za pomocą miary kwantowej:

$$\rho(I,J)=\begin{cases}1 & -\textit{ jest krawedz } I,J\\ 0 & -\textit{ brak krawedzi } I,J \textit{ oraz dla } I=J\end{cases},$$

gdzie $I,J = \{M, K, P, Kr, S, Mi, R, Rz, Sz, C\}$.

Analizy sąsiedztwa oprzemy o proces poszukiwania dróg w grafie A. W przypadku poszukiwań maksymalnych dróg opieramy się na macierzy A. Szukając minimalnych wartości dróg w grafie, wartości w macierzy a_{ij} równe 0 dla a_{ij} $i \neq j$, powinno się zastąpić wartościami ∝, otrzymując macierz A^{min}.

$$A^{\min} \quad \begin{array}{c} \\ M\\ K\\ P\\ Kr\\ S\\ Ml\\ R\\ Rz\\ Sz\\ C \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccc} M & K & P & Kr & S & Ml & R & Rz & Sz & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 1 & 1\\ 1 & 0 & 1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 1 & 1\\ \infty & 1 & 0 & 1 & 1 & \infty & \infty & \infty & \infty & 1\\ \infty & \infty & 1 & 0 & 1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty\\ \infty & \infty & 1 & 1 & 0 & 1 & \infty & \infty & \infty & 1\\ \infty & \infty & \infty & \infty & 1 & 0 & 1 & \infty & \infty & 1\\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 1 & 0 & 1 & \infty & 1\\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 1 & 0 & 1 & 1\\ 1 & 1 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 1 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 1 & \infty & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Wyznaczymy charakterystyki powiązań centrum powiatowego z poszczególnymi gminami poprzez określenie wartości minimalnych dróg w grafie A^{min} między węzłem opisującym gminę miejską Maków Mazowiecki i wszystkimi gminami ($min\ \rho(M, x_i)$). W literaturze opisującej teorię grafów algorytmy związane z poszukiwaniem minimalnych dróg w grafie są powszechnie dostępne (Kulikowski 1986, Wróblewski 1997, Sysło 1995). Wyniki tych analiz można przedstawić w formie wektora S_M opisującego wartości tych powiązań:

$$SM = [\rho_i, \ldots \ \rho_n]$$

gdzie: $\rho_i = min\ \rho(M, x_i)$ $\qquad$ $x_i = \{K, P, Kr, S, Mi, R, Rz, Sz, C\}$

Minimalna wartość funkcji odległości w wektorze S_M świadczy o bliskim sąsiedztwie, maksymalne wartości mówią o małym powiązaniu gminy z centrum miejskim. Wyniki tych analiz:

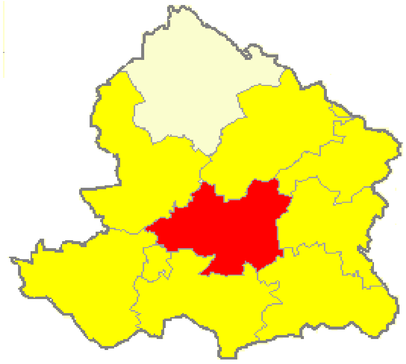
$$SM = [1_K, 2_P, 3_{Kr}, 2_S, 2_{Mi}, 2_R, 2_{Rz}, 1_{Sz}, 1_C],$$

przedstawiono na rysunku 2, z którego widać, że trzy gminy bezpośrednio sąsiadują z ośrodkiem powiatowym ($\rho_i = 1$), pięć gmin pośrednio ($\rho_i = 2$), a jedna gmina sąsiaduje poprzez dwie gminy ($\rho_{Kr} = 3$). Jest ona najmniej powiązana z centrum regionu.

Określmy wskaźniki powiązań planowanego nowego centrum C, z sąsiednimi gminami w oparciu o minimalne drogi $\rho_i = min\ \rho(C, x_i)$ w grafie A^{min} :

$$\rho_i = min\ \rho(C, x_i), \quad \text{gdzie:} \quad x_i = \{M, K, P, Kr, S, Mi, R, Rz, Sz\}.$$

Rys. 2. Ocena powiązania gmin z centrem powiatowym określona na podstawie kwantowych długości dróg w grafie między węzłem opisującym centrum powiatowe a węzłami opisującymi gminę (długości dróg wynosiły odpowiednio 1,2,3)



Rys. 3. Propozycja nowego centrum powiatowego z określonymi powiązaniami z sąsiadującymi gminami (patrz rys. 2)

Wynik analizy opisuje wektor $S_C = [1_M, 1_K, 1_P, 2_{Kr}, 1_S, 1_{Mi}, 1_R, 1_{SZ}]$, który można przedstawić graficznie (rys. 3). Wartości wektora S_c, w porównaniu z S_M, przyjmują dużo mniejsze wartości, potwierdzają one wybór gminy C na centrum.

W oparciu o wartości sum elementów wektorów S_M i S_C możemy określić nowe wskaźniki pomocne do wyboru centrum powiatowego:

$$\sum_i \rho(M, x_i) = 16 \,, \quad \text{gdzie} \quad x_i = \{K, P, Kr, S, Mi, R, Rz, Sz, C\},$$

$$\sum_i \rho(C, x_i) = 9 \,, \quad \text{gdzie} \quad x_i = \{M, K, P, Kr, S, Mi, R, Rz, Sz\}.$$

Przedstawione wyniki jednoznacznie wskazują na gminę C jako preferowaną do bycia centrum powiatowym, $\sum_i \rho(M, x_i) > \sum_i \rho(C, x_i)$.

Poniżej przedstawimy podobne analizy oparte o ten sam model grafu, ale opisany inną funkcją κ.

Analizy w oparciu o graf sąsiedztwa obszarów opisany miarą euklidesową

W przedstawionych wyżej analizach oparto się na odległościach kwantowych między siadującymi gminami. Wiadomo, że w przestrzeni geograficznej istotniejsze znaczenie mają odległości euklidesowe, obliczone jako: $\rho(I, J) = \sqrt{\sum (x_I - x_J)^2}$

Wprowadźmy do macierzy *A* opisującej sąsiedztwo obszarów, wartości odległości euklidesowych, ρ [km], między miejscowościami uznanymi jako centra gminne:

$$A = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cccccccccc} M & K & P & Kr & S & Ml & R & Rz & Sz & C \end{array} \\ \begin{array}{c} M \\ K \\ P \\ Kr \\ S \\ Ml \\ R \\ Rz \\ Sz \\ C \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 9 \\ 9 & 0 & 16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 16 \\ 0 & 1 & 0 & 8 & 16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 14 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 11 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 16 & 11 & 0 & 9 & 0 & 0 & 0 & 14 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 0 & 8 & 0 & 0 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 0 & 7 & 0 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 0 & 9 & 10 \\ 8 & 15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 0 & 8 \\ 9 & 16 & 14 & 0 & 14 & 15 & 12 & 10 & 8 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$A^{min} = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cccccccccc} M & K & P & Kr & S & Ml & R & Rz & Sz & C \end{array} \\ \begin{array}{c} M \\ K \\ P \\ Kr \\ S \\ Ml \\ R \\ Rz \\ Sz \\ C \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 9 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 8 & 9 \\ 9 & 0 & 16 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 15 & 16 \\ \infty & 16 & 0 & 8 & 16 & \infty & \infty & \infty & \infty & 14 \\ \infty & \infty & 8 & 0 & 11 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 16 & 11 & 0 & 9 & \infty & \infty & \infty & 14 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 9 & 0 & 8 & \infty & \infty & 15 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 8 & 0 & 7 & \infty & 12 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 7 & 0 & 9 & 10 \\ 8 & 15 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 9 & 0 & 8 \\ 9 & 16 & 14 & \infty & 14 & 15 & 12 & 10 & 8 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$\kappa_2 = \quad \rho(I,J) = \begin{cases} \rho & - \textit{jest krawedz } I,J \\ 0 & - \textit{brak krawedzi } I,J \textit{ oraz dla } I = J \end{cases}$$

W przypadku poszukiwań minimalnych wartości dróg w grafie oprzemy się na macierzy A^{min}. W oparciu o nią określmy nowe wartości wektorów S_M oraz S_C, które opisują minimalne długości dróg między przyjętymi centrami (powiatowymi i planowanym) a sąsiednimi centrami gminnymi opisanymi w oparciu o modelowy graf sąsiedztwa gmin. Wynoszą one odpowiednio:

$S_M = [9_K, 13_P, 31_{Kr}, 13_S, 14_{Mi}, 21_R, 18_{Rz}, 9_{Sz}, 9_C]$,

$S_C = [9_M, 18_{K,}, 14_P, 22_{Kr}, 14_S, 15_{Mi}, 12_R, 10_{SZ}]$.

Wyniki tych analiz można przedstawić w formie graficznej (rys. 5) ustalając przedziały długości dróg uznawanych jako drogi krótkie, średnie i długie. Można przyjąć odpowiednie przedziały: $(0{,}10>,\ (10{,}15>,\ (15{,}20>,\ (20,\infty)$

W oparciu o wartości sum elementów wektorów S_M i S_C możemy określić dodatkowe wskaźniki pomocne w wyborze centrum regionu. Minimalna wartość $\sum_i \rho(X,x_i)$ będzie wskazywała na *X* jako na region preferowany do bycia lokalnym centrum:

$\sum_i \rho(C,x_i) = 137$, gdzie $x_i = \{K, P, Kr, S, Mi, R, Rz, Sz, C\}$,

$\sum_i \rho(M,x_i) = 114$, gdzie $x_i = \{M,K, P, Kr, S, Mi, R, Rz, Sz\}$.

Wynik potwierdza wybór gminy Czerwonki jako centrum powiatowego, ponieważ: $\sum_i \rho(M,x_i) > \sum_i \rho(C,x_i)$.

Analizy prowadzone zgodnie z przedstawioną metodyką można powielać z uwzględnieniem innych wartości funkcji κ, opisujących cechy powiązań sąsiednich ośrodków gminnych.

Analizy integracji mikroregionów w oparciu o sieć drogową

W przestrzeni geograficznej istotniejszy wpływ na integrację mikroregionów mają czynniki związane z infrastrukturą. Sieć drogowa jest jednym z ważnych elementów wpływających na zrównoważony rozwój mikroregionów. Spróbujmy opisać powiązania jednostek gminnych w oparciu o sieć drogową. W tym celu na podstawie mapy fizycznej zbudowano graf obrazujący połączenia drogowe między głównymi ośrodkami gminnymi w powiecie. W tym grafie centra gminne oraz skrzyżowania dróg i rozjazdy oznaczono węzłami. Węzły połączono krawędziami zgodnie z przebiegającą siecią drogową, nie uwzględniając dróg wylotowych z terenu powiatu. Uzyskano w ten sposób graf, który przedstawiono na rysunku 6 z etykietami przypisanymi węzłom i zapisano w postaci macierzowej.

	M	K	C	P	KR	S	MI	R	Rz	Sz	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
M	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
K	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
P	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Kr	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
MI	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
R	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
Rz	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
Sz	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
6	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
13	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
14	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
17	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
18	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0

Macierz sąsiedztwa opisująca odcinki drogi stanowi nowy model przestrzeni, który wykorzystamy do analiz powiązań ośrodków gminnych z planowanym i starym centrum powiatowym. Możemy opisać go za pomocą różnych funkcji κ przypisujących krawędziom różne miary. Przypiszmy krawędziom tego grafu miary (pseudoodległości) równe długości odcinków drogi w kilometrach.

Analizy przeprowadzimy w oparciu o zmodyfikowaną macierz $A_{dr} \rightarrow A_{dr}^{\min}$. Określimy nowe wartości wektorów S_M i S_C, które będą opisywały wartości najkrótszych dróg (w km) miedzy centrami (powiatowym i nowym planowanym) a ośrodkami gminnymi. Nowe wartości wektorów S_M, S_C, opisują powiązania ośrodków M, C z sąsiadującymi centrami gminnymi za pomocą nowych wskaźników. Wynoszą one odpowiednio:

$S_{Mr} = [9_K, 17_P, 21_{Kr}, 23_S, 28_{Mi}, 21_R, 20_{Rz}, 9_{Sz}, 12_C]$,

$S_{Cr} = [9_M, 18_K, 14_P, 20_{Kr}, 14_S, 22_{Mi}, 12_R, 22_{Rz}, 23_{Sz}]$.

Porównując wartości sum tych wektorów otrzymujemy referencje gminy opisujące powiązania drogowe. Mniejsza wartość wskazuje na lepsze powiązania:

$$\sum_i \rho(M, x_i)_{dr} = 160, \quad \text{gdzie} \quad x_i = \{K, P, Kr, S, Mi, R, Rz, Sz, C\},$$

$$\sum_i \rho(C, x_i)_{dr} = 154, \quad \text{gdzie} \quad x_i = \{M, K, P, Kr, S, Mi, R, Rz, Sz\}.$$

Otrzymane wskaźniki są porównywalne. Spróbujmy w takim przypadku określić czynniki wpływające na taki wynik. Informację o jakości połączeń drogowych możemy otrzymać przez porównanie otrzymanych długości w wektorach $S_{M\text{-}dr}$, $S_{C\text{-}dr}$ z odległościami euklidesowymi między początkowym i końcowym punktem drogi. Dzięki temu porównaniu otrzymano nowe wektory $S_{M\text{-}dr/euk}$, i $S_{C\text{-}dr/euk}$ opisane wartościami w postaci ułamków: licznik określa długość drogi, a mianownik odległość euklidesową między początkowym i końcowym punktem drogi:

$$S_{M\text{-}(dr/euk)} = [9/9_{K},\ 17/13_{P},\ 21/20_{Kr},\ 23/22_{S},\ 28/23_{Mi},\ 21/21_{R},\ 18/16_{Rz},\ 9/9_{Sz}, 12/9_{C}],$$

$$S_{C\text{-}(dr/euk)} = [12/9_{M},\ 21/18_{K,},\ 22/14_{P},\ 20/15_{Kr},\ 16/14_{S},\ 22/13_{Mi},\ 16/12_{R},\ 23/12_{Rz},\ 22/\ 9_{Sz,}].$$

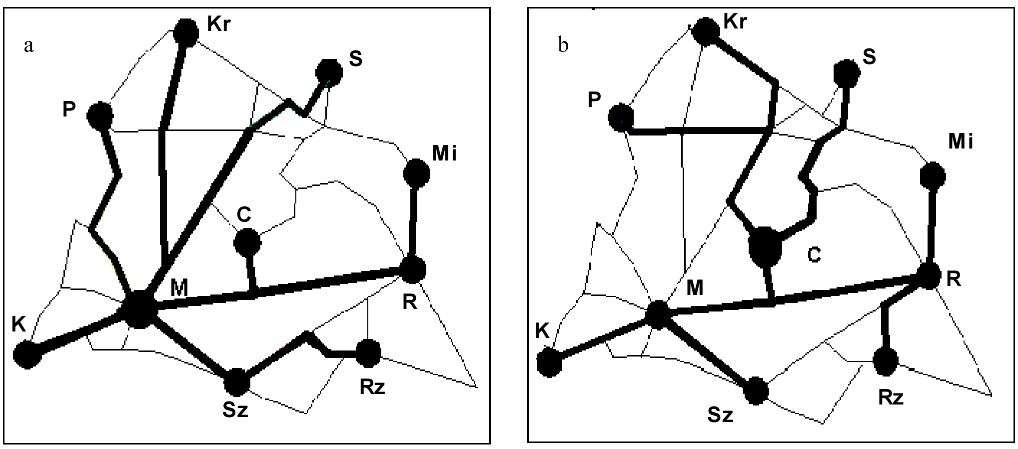
W oparciu o te wektory obliczono nowe wskaźniki jakości połączeń drogowych centrów gminnych (obecnego i planowanego) z innymi centrami gminnymi:

$$(\sum_{i}^{n} \rho(M, x_i)_{(dr/euk)})/n = (1{,}0_K+1{,}3_P+1{,}1_{Kr}+1{,}0_S+1{,}2_{Mi}+1{,}4_R+1{,}1_{Rz}+1{,}0_{Sz}+1{,}3_C)/9 = 11{,}4/9 = 1{,}2,$$

$$(\sum_{i}^{n} \rho(C, x_i)_{(dr/euk)})/n = (1{,}3_M+1{,}2_K+1{,}6_P+1{,}3_{Kr}+1{,}1_S+1{,}7_{Mi}+1{,}3_R+1{,}9_{Rz}+2{,}4_{Sz})/9 = 13{,}8/9 = 1{,}5.$$

Otrzymane wartości wskazują, że planowane nowe centrum powiatowe *(C)* ma mało efektywne połączenia drogowe z sąsiednimi ośrodkami. Drogi między *C* a *Sz, Rz, Mi, P* są okrężne. Wskaźniki tych dróg określone w wektorze $S_{C\text{-}(dr/euk)}$ są większe niż 1,5. Wskazują na konieczność modernizacji sieci drogowej między tymi ośrodkami. Byłoby to konieczne, jeśli gmina *C* miałaby być centrum gospodarczym integrującym powiat. Średnie wartości składowych wektorów $S_{M(\text{-}dr/euk)}$, $S_{C\text{-}(dr/euk)}$ wskazują na gminę *M*, jako prościej powiązaną siecią drogową z ośrodkami gminnymi.

Uwzględniając inne wartości funkcji κ można spodziewać się innych wyników. W analizach szczegółowych należałoby wykorzystywać dodatkowe opisy odcinków drogi za pomocą parametrów liczbowych, np. uwzględniających kategorię dróg, dozwolonych średnich prędkości na drogach. Pozwoliłoby to na określenie nowego modelu matematycznego poprzez odpowiednie wagowanie odcinków sieci drogowej i prowadziłoby do innych wyników.



Rys. 7. Obraz sieci drogowej z wyróżnieniem najkrótszych dróg określonych w wyniku analiz: a) najkrótsze połączenia drogowe miedzy *M* a centrami gminnymi, b) najkrótsze połączenia drogowe między planowanym centrum *C* a innymi ośrodkami gminnymi

Wnioski

Prezentowane powyżej przykłady analiz mogą wydawać się bardzo proste, gdyż otrzymaną informację można uzyskać bezpośrednio przez czytanie mapy. Rzeczywiście w tym przypadku byłoby to możliwe. Miały one jednak za cel prezentowanie przyjętej metodyki analiz sąsiedztwa w oparciu o prosty przykład.

Przedstawiona metodyka analiz przestrzennych związana z oceną sąsiedztwa mikroregionów w regionie, może być wykorzystywana do analiz regionów składających się z dużej liczby składowych. Będzie ona miała szczególne zastosowanie w poszukiwaniu właściwej lokalizacji, jeśli wstępny wybór mikroregionów preferowanych będzie wskazywał na kilka, a może kilkanaście miejsc. Wskaźniki liczbowe, uzyskane w wyniku analiz, będą wtedy odgrywały istotną rolę przy podejmowaniu decyzji.

Istota analiz opiera się na zbudowaniu modelu matematycznego $M = [G, \{\omega\},\{\kappa\}]$ – grafu opisującego w sposób schematyczny przestrzeń geograficzną z określonymi wartościami funkcji ω, κ. Przedstawione wyżej analizy opierały się tylko o dane geometryczne z mapy numerycznej. Przypisanie elementom grafu różnych wartości funkcji ω, i κ, opisujących przestrzeń geograficzną pozwala na wielowariantowe analizy. Zakres tych analiz można rozszerzyć przez zdefiniowanie funkcji ω, κ w oparciu o dane opisujące przestrzeń geograficzną, a zapisane w rekordach baz danych jako atrybuty obiektów geograficznych.

W przyjętych analizach przyjęto funkcję celu jako poszukiwanie minimalnych wartości dróg w grafie, między zadanymi węzłami a innymi istotnymi węzłami. W wyniku analiz wylicza się składowe wektorów S_i. Analizy porównawcze składowych wektorów S_i pozwalają określić cechy sąsiedztwa przy przyjętym modelu matematycznym. Wektory S_i zbudowane przy różnych modelach matematycznych pozwalają na wielowariantowe analizy. Uzyskane wyniki pozwalają określić wskaźniki wyboru przy różnych modelach matematycznych.

W narzędziach GIS powinny być zaimplementowane narzędzia do budowania modeli matematycznych niezbędnych do przeprowadzania analiz przestrzennych zgodnie z przedstawioną metodyką. Modele matematyczne $M = [G, \{\omega\},\{\kappa\}]$ w wybranych treściach danych przestrzennych powinno się uzyskiwać automatycznie (lub półautomatycznie pod nadzorem operatora) w oparciu o dane geometryczne i opisowe obiektów geograficznych.

Literatura

Kulikowski J., L., 1986: Zarys teorii grafów. Państwowe Wydawnictwo Naukowe PWN Warszawa.

Lewandowicz E. 2004: Grafy jako narzędzie do definiowania relacji topologicznych pomiędzy danymi przestrzennymi. *Roczniki Geomatyki.*Tom II zeszyt 2 str.160-171, Warszawa.

Lewandowicz. E., Bałandynowicz J., 2005: Some ways of formulation of objective functions for chosen space analysis. Selected papers Volume 2 st 927-930, The 6th International Conference Environmental Engineering Vilnius, Lithuania.

Loudon K., 1999: Mastering algorithms with C. O'Reilly ISBN: 1-56592-453-3.

Molenaar M., 1998: An introduction to the theory of spatial object modeling for GIS. Taylor & Francis

Sysło M.M., Deo N., Kowalik J.S, 1995: Algorytmy optymalizacji dyskretnej z programami w języku paskal, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

Reingold E.M., Nievergeld J., Deo N., 1998: Algorytmy kombinatoryczne, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

Ross, Wright, 2000: Matematyka dyskretna. Wydawnictwo Naukowe PWN. Warszawa.

Wilson R., 2000: Wprowadzenie do teorii grafów. Wydawnictwo Naukowe PWN Warszawa.

Wróblewski P., 1997: Algorytmy i struktury danych i techniki programowania. Helion, Gliwice.

http://www.makowmazowiecki.pl/

http://www.powiat-makowski.pl/

http://www.mazovia.pl/

Summary

The aim of the study was to present a method for performing neighborhood analyses of regions, based on a set of selected spatial data, whose topological data have the form of a geometric graph. The method proposed in the paper consists of the following:

- *recording spatial data in the form of model graphs,*
- *assigning the values of functions describing spatial data to graph elements,*
- *determining the objective function as a search for the minimum path values within the graph,*
- *evaluating and interpreting results by comparing the values of vectors describing the neighborhood of selected regions.*

Spatial data may be represented by drawings, tables or matrices. The matrix form is very useful in the case of a mathematical description of analyses (Lewandowicz, Bałandynowicz 2005). A map drawing may be easily turned into a graph structure. The paper (Lewandowicz 2004) presents methods for transforming a map drawing in its representation ϕ by a graph G:

$G = [W, K, \phi]$

Numerical values describing the attributes of spatial data, in the form of metrics or other measures, may be assigned to graph elements. The description depends on space interpretation. Various descriptions enable its multivariant representations. As a result, we obtain a variety of mathematical models of spatial data:

$M = [G,\{\omega\},\{\kappa\}]$:

M – mathematical model,

$G=[W, K, \varphi]$ *– graph describing selected spatial data,*

$\{\omega\}$ *– set of functions* $\omega : W \rightarrow (R^+ \cup 0)$ *determined for a set of nodes.*

$\{\kappa\}$ *– set of functions* $\kappa : K \rightarrow (R^+ \cup 0)$ *determined for a set of edges.*

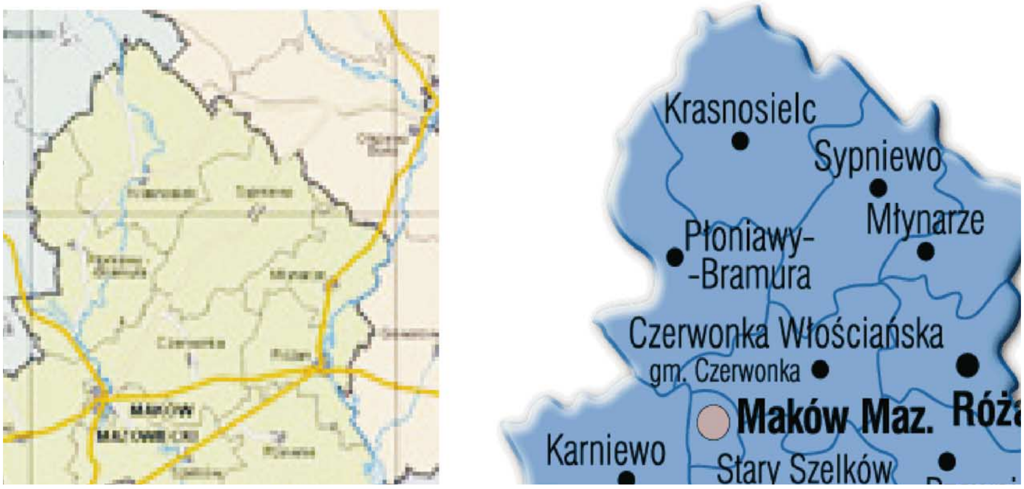
Based on M we can perform multivariate spatial analyses.

The study focuses on a case of the application of the matrix form of a graph in the process of estimating commune neighborhood in a region (region is a second level of local government administration in Poland). The relationships between communes within this administrative unit should be analyzed while planning their sustainable development. Results of such analyses shall provide a basis for choosing a center of the region, i.e. a commune whose location can be considered optimal in terms of neighborhood of other communes belonging to this region. The fact of direct neighborhood of areas is a positive economic and organizational factor, especially when the adjacent area is well developed. A graph of commune neighborhood was constructed on the basis of a map of the administrative division of a region. It was assumed that communes are to be presented as graph nodes. Two nodes are connected by an edge if the areas of communes corresponding to them share a common boundary line. In this way we obtain a graph dual to the graph of administrative division, easy to generate on the basis of commune boundaries. Such a graph may be algebraically described by the matrix A of node neighborhood. The value of neighborhood is evaluated for each of the subregions by searching for vectors describing the minimum path values within the graph A between a given region and the other regions. In the case discussed in the paper the neighborhood of a selected region with all other regions was examined. Adequate weighting of graph edges allowed to obtain different values of vectors describing the neighborhood of areas. In this kind of analysis we focus on comparing the values of neighborhood vectors, and not on these values alone.

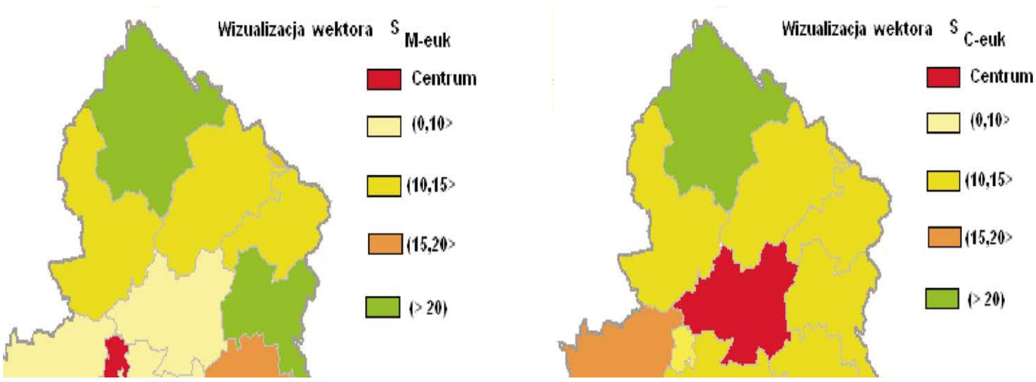
In the geographical space the neighborhood of regions is affected not only by their location in space, but also by infrastructure. One of key factors is communication network. A graph describing a road network provided a basis for determining new values of neighborhood vectors. They supplemented the results of analyses obtained based on the location of regions in space.

The above method may be successfully applied while searching for the proper location that is to be chosen from among several or more options. The numerical values obtained as a result of analyses may play an important role in the decision-making process.

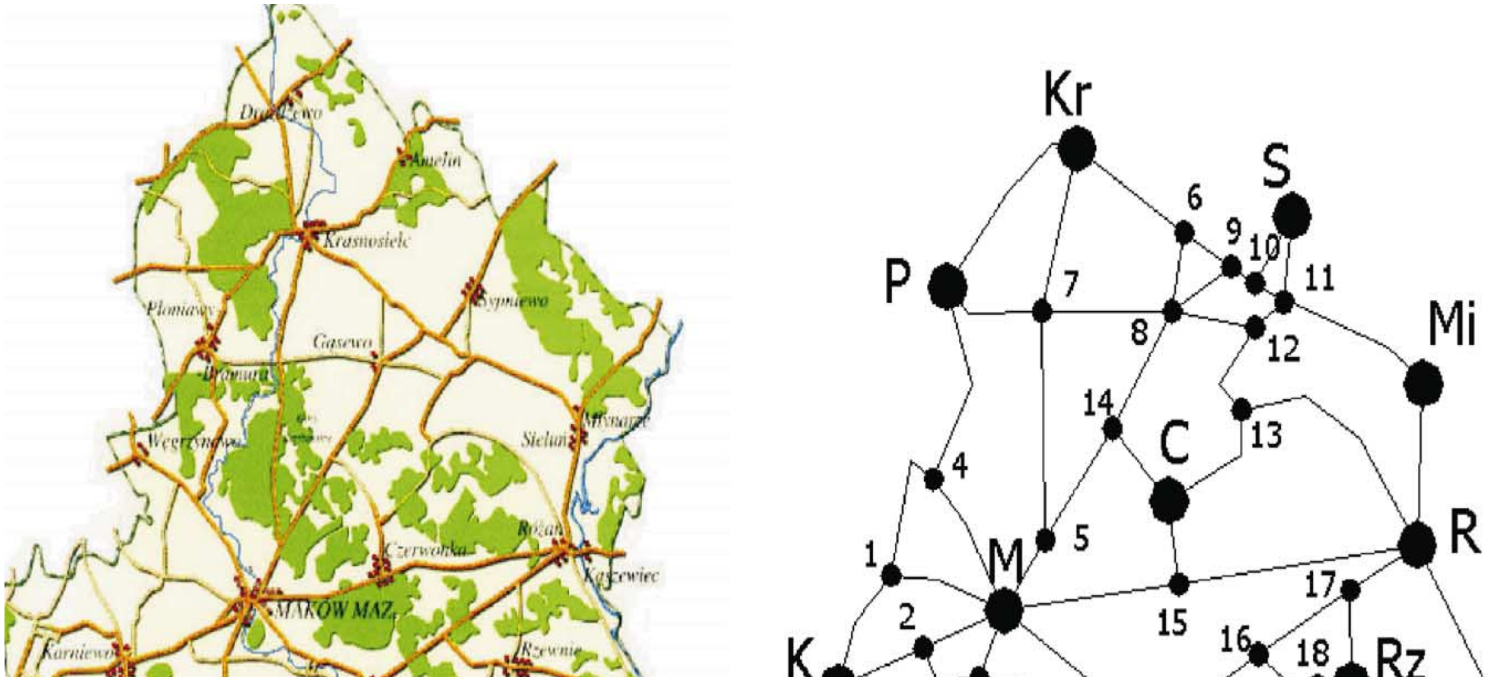
dr inż. Elżbieta Lewandowicz
leela@uwm.edu.pl www.ele.mapa.net.pl
tel. (0-89) 523 44 67



Rys. 4. Mapy powiatu makowskiego dostępne na portalach www



Rys. 5. Wizualizacja wyników analiz powiązań centrów z mikroregionami w oparciu o graf sąsiedztwa opisany miarami euklidesowymi: a – powiązania centrum powiatowego z ośrodkami gminnymi, b – powiązanie proponowanego nowego centrum z ośrodkami gminnymi



Rys. 6. Sieć drogowa obrazowana w na mapie (dostępnej z portalu WWW) i w postaci grafu z oznaczonymi węzłami